

CM302: Cálculo em Várias Variáveis Reais (Prova 2)

Prof. Alberto Ramos

Maio de 2019

Nome: _____

Q:	1	2	3	4	5	Total
P:	30	30	20	20	20	120
N:						

Orientações gerais

- 1) As soluções devem conter o desenvolvimento e ou justificativa.
- 2) A interpretação das questões é parte importante do processo de avaliação. Organização e capricho também serão avaliados.
- 3) Não é permitido a consulta nem a comunicação entre alunos.

Questão 1 30

Encontre o plano tangente à superfície $z = \frac{1}{2}x^2 - 3xy + y^2$ paralelo ao plano $\mathcal{P} : 5 = 2y + 2z - 10x$.

Para isso:

- (a) 20 Encontre o vetor normal ao plano, e um ponto do plano tangente requerido
- (b) 10 Use a informação anterior para encontrar o plano tangente.

Questão 2 30

Calcule, se existe, os seguintes limites

- (a) 10 $\lim_{(x,y) \rightarrow (\sqrt{3},0)} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1} - 1}$.
- (b) 10 $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x - 1}{x^2 + y^2 - 2}$.
- (c) 10 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} \sin\left(\frac{x - y}{x^2 + y^2}\right)$.

Questão 3 20

Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ função duas vezes derivável em \mathbb{R} . Se $z = xf(x + y) + yg(x + y)$, mostre que

$$\frac{\partial^2 z}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 z}{\partial^2 y} = 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}.$$

- (a) 10 Para isso calcule $\frac{\partial^2 z}{\partial^2 x}$ e $\frac{\partial^2 z}{\partial^2 y}$;
- (b) 10 Calcule $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ e compare.

Questão 4 20

Considere a curva dada por a interseção das superfícies $S_1 : x^2 + y^2 + z^2 = 6$ e $S_2 : z = x^2 + y^2$. Calcule a reta tangente a essa curva no ponto $(\sqrt{2}, 0, 2)$.

Questão 5 20

Suponha que a água está fluindo numa piscina de plástico na forma de um cilindro circular reto, à razão de $(4/5)\pi m^3/min$. A piscina se enche de tal forma que, embora mantendo a forma cilíndrica, seu raio cresce à razão de $0.002m/min$. Calcule a velocidade que estará subindo o nível da água quando o raio for $2m$ e o volume de água for $20\pi m^3$.